PRUEBAS DE HIPOTESIS ESPECIALES

Prueba de Kruskal-Wallis

Es una alternativa al Anova, cuando no se cumple el supuesto de normalidad.

Supuestos: las variables son continuas.

Debe haber al menos tres muestras provenientes de poblaciones con distribuciones $F_1, F_2, \ldots, F_k$. Cada muestra al menos 5 obs.

Hipótesis: $H_0: F_1 = F_2 = \ldots = F_k$

$H_1: F_i \neq F_j$ para al menos un par $i \neq j$.

Estadístico de prueba: Sea n_i el tamaño de la muestra i-ésima, $\sum n_i = n$.

Se juntan todas las observaciones y se ordenan, luego se asignan rangos ($i = 1, 2, \ldots, n$). Sea R_i la suma de los rangos correspondientes a la muestra i-ésima.

El estadístico de prueba es

$$H = \frac{1}{S^2} \sum_{i=1}^{k} \frac{R_i^2}{n_i} - \frac{N(N+1)^2}{4}]$$

tiene distribución $\chi^2(k-1)$ bajo H_0, asintótica

Regla de decisión: Rechazar H_0 si $H > \chi^2_{1-\alpha}(k-1)$. R_i es la suma en trat. i.

Continuación de la prueba: Supongamos que se rechaza H_0. Interesa, entonces, saber cuál comparación de los k grupos presenta diferencias. Para esto se pone a prueba $H_0: F_i = F_j$. Se usa el estadístico

$$z_{ij} = \frac{|\overline{R}_i - \overline{R}_j|}{\{(n(n+1)/12\,(1/n_1 + 1/n_2))\}^{1/2}}$$

que tiene distribución $N(0,1)$ bajo H_0.

Se rechaza la hip. nula si z_{ij} es grande.

Aquí $\overline{R}_i = \frac{R_i}{n}$, el rango promedio en la muestra i-ésima.

Para las pruebas, los empates se manejan usando los promedios.

Prueba de Shapiro-Wilks.

Para probar si una variable proviene de una población normal, adecuado para muestras menores de 50, de población continua

Hipótesis. H_0: La muestra proviene de Norm.

H_1: No proviene de una pobl. Norm.

Estadístico de prueba. Se deben ordenar las observaciones $(x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)})$.

El estadístico es $$W = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} a_i x_{(i)}\right)^2}{S_{xx}}$$

donde $S_{xx} = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$ y los a_i están tabulados, y están relacionados con los valores esperados de los estadísticos de orden.

Regla de decisión: Rechazar H si W es pequeño. Valores críticos tabulados

Prueba de Anderson - Darling.

Para probar que una muestra de datos proviene de una distribución dada F. (Por ejemplo, normal).. Datos de distrib contínua.

Hipótesis. H_0: la muestra proviene de F

H_1: la muestra no proviene de F

Estadístico de prueba: Se deben ordenar los datos, $(x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(n)})$. El estadístico es $A^2 = n - \sum_{k=1}^{n} \frac{2k-1}{n}\left[\ln F(x_{(k)}) - \ln(1-F(x_{(n+1-k)})\right)$

Reg de decisión. Se rechaza H_0 si A^2 es muy grande. Los valores críticos están tabulados

Prueba de Durbin-Watson (paramétrica)

Para detectar la presencia de autocorrelación. En tal caso hay ausencia de independencia entre las observaciones, pues $\operatorname{corr}(x_i, x_{i-h}) \neq 0$ para algún entero h.
Se asume el supuesto de normalidad.
Las observaciones son los residuos.
El test de Durbin-Watson sólo sirve para detectar autocorrelaciones de 1er orden.

Estadístico de prueba: Sean $e_1, e_2, \ldots, e_n$ los residuos de un modelo de regresión lineal. El estadístico es

$$DW = \frac{\sum_{i=2}^{n} (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}$$

Los residuos e_i deben estar en el orden de los x_i, ordenados de menor a mayor.

Se puede demostrar que $DW \approx 2(1-r)$

en que r es un estimador de la correlación ρ, entre los x y los y de la regresión. Entonces,

Si DW es pequeño, es cercano a 0, pues $r \approx 1$.

Si DW es grande, es cercano a 4, pues $r \approx -1$.

Cuando es intermedio es cercano a 2.

Regla de decisión: El test de Durbin-Watson tiene 4 valores críticos: d_L, d_U, $4-d_U$, $4-d_L$. La regla de decisión es:

Si $DW < d_L$ hay autocorrelación negativa
Si $DW > 4-d_L$ hay autocorrelación positiva
Si $d_U < DW < 4-d_U$ No hay autocorrelación
Si $d_L \leq DW \leq d_U$ ó $4-d_U \leq DW \leq 4-d_L$, no se puede decidir.

Los valores de d_L y d_U están tabulados.

Prueba de Breusch-Pagan

Para determinar heterocedesticidad en un modelo de regresión lineal.
Es decir, si la varianza de los residuos depende de la variable independiente.

Hipótesis. Ho : Hay homocedesticidad
H : Hay heterocedesticidad

La prueba de Breusch-Pagan examina la heterocedasticidad haciendo una regresión de los residuos al cuadrado respecto de la variable independiente:

$$\hat{e}^2 = \gamma_0 + \gamma_1 x_1 +$$

Si el test F de este modelo confirma que las variables independientes son significativas, se puede rechazar la hipótesis nula de homocedesticidad.

Estadístico de prueba: Se debe hacer la regresión $e_i^2 = \gamma_0 + \gamma_1 x_{1i} + \gamma_2 x_{2i} + \cdots + \gamma_p x_{p_i} + u_i$ en que los e_i son los residuos o los residuos estandarizados.

Si el tamaño de la muestra es n, el estadístico de prueba es $BP = nR^2$, en que R^2 es el coeficiente de determinación de esta ultima regresión.

Su distribución bajo H_0 es $\chi^2(p)$ asintótica

Regla de decisión: Rechazar H_0 si $BP > \chi^2_{1-\alpha}(p)$