# FORMULARIO DE DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

Jorge M. Galbiati

## DISTRIBUCION BINOMIAL

**Función de probabilidad:**

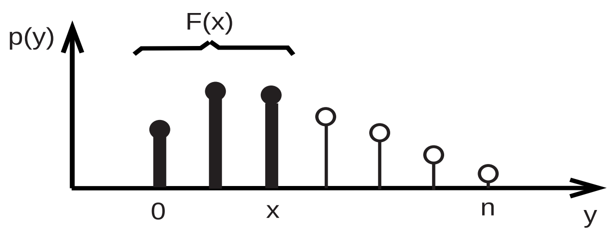
$$p(x) \;=\; \frac{n!}{x!(n-x)!}\, p^x\, (1-p)^{n-x} \qquad si\ x = 0, 1, 2, ..., n$$

**Espacio paramétrico:** $n \in \{1, 2, 3, ...\}$ $p \in (0, 1)$

**Valor esperado:** $np$

**Varianza:** $np(1-p)$

**Función generadora de momentos:** $(1 - p + p\ e^t)^n$




## APROXIMACION NORMAL DE LA BINOMIAL

Si una variable aleatoria $X$ tiene distribución **binomial** con parámetros $n$ y $p$, entonces si $n$ es grande y si $p$ no es ni muy cercano a cero ni muy cercano a 1, la variable aleatoria $Z = \frac{X-np}{\sqrt{(np(1-p))}}$ tiene distribución aproximada **normal es'tandar**. En la práctica, si $n$ es grande y $p$ no es ni muy pequeño ni muy grande, si se requiere la probabilidad acumulada $F(x)$ con $F$ distribución **binomial**, se puede obtener su valor aproximado buscando en la tabla **normal**

$$F_N\Big(\frac{x - 0{,}5 - np}{\sqrt{(np(1-p)}}\Big)$$

en que $F_N$ es la distribución **normal estándar**. Se puede utilizar, como criterio, las condiciones simultáneas $n > 30$ , $np > 5$ y $n(1-p) > 5$.

## APROXIMACION POISSON DE LA BINOMIAL.

Si una variable aleatoria X tiene distribución **binomial** con parámetros $n$ y $p$, entonces si $n$ es grande, y $p$ muy cercano a cero, la variable aleatoria $X$ tiene distribución aproximada **poisson** con parámetro $\lambda = np$.
En la práctica, si $n$ es grande y $p$ cercano a cero, si se requiere la probabilidad acumulada $F(x)$ con $F$ distribución **binomial**, se puede obtener su valor aproximado buscando en la tabla **poisson**

$$F_P(x) = \sum_{y=0}^{x} \frac{e^{-\lambda}(\lambda)^y}{y!}$$

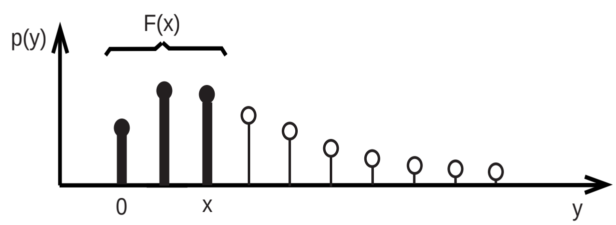
en que $F_P$ es la distribución **poisson** con parámetro $\lambda = np$. Se puede utilizar, como criterio, las condiciones simultáneas $n > 30$ y $np \leq 5$.

## DISTRIBUCION POISSON

**Función de probabilidad**:

$$p(x) = \frac{e^{-\lambda}\ \lambda^x}{x!} \qquad si\ x = 0, 1, 2, ...$$

**Espacio paramétrico:** $\lambda \in (0, +\infty)$
**Valor esperado:** $\lambda$
**Varianza:** $\lambda$
**Función generadora de momentos:** $e^{[\lambda(e^t - 1)]}$




## APROXIMACION NORMAL DE LA POISSON.

Si una variable aleatoria $X$ tiene distribución **Poisson** con parámetro $\lambda$ , entonces si $\lambda$ es grande, la variable aleatoria $Z = \frac{X-\lambda}{\sqrt{\lambda}}$ tiene distribución aproximada **normal estándar**.
En la práctica, si $\lambda$ es grande, si se requiere la probabilidad acumulada $F(x)$ con $F$ distribución **Poisson**, se puede obtener su valor aproximado buscando en la tabla **normal**

$$F_N\Big(\frac{x-\lambda}{\sqrt(\lambda}\Big)$$

en que $F_N$ es la distribución **normal estándar**. Se puede utilizar, como criterio, la condición $\lambda > 36$ .

## DISTRIBUCION HIPERGEOMETRICA

**Función de probabilidad:**

$$p(x) \;=\; \frac{\frac{k!}{n!(n-k)!} \times \frac{(N-k)!}{(n-x)!(N-k-n+x)!}}{\frac{N!}{n!(N-n)!}} \qquad si\ x = a, a+1, a+2, ..., b$$

en que $a = max(0; n+k-N)$ y $b = min(k, n)$. $x$ es el número de éxitos en la muestra.

**Espacio paramétrico:** $N$,$k$ y $n$ enteros positivos, tales que $k < N$, $n < N$ y $n < N - k$.
$N$ es el tamaño de la población.
$k$ es el número de éxitos en la población.
$n$ es el tamaño de la muestra.

**Valor esperado:** $\frac{nk}{N}$

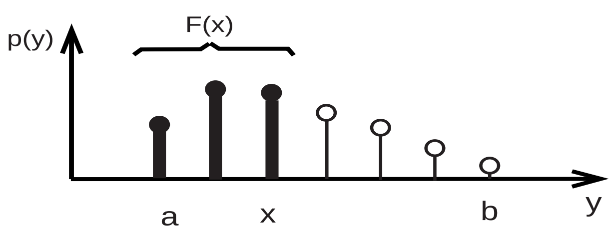
**Varianza:** $\frac{nk}{N}(1 - \frac{k}{N})\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$

**Función generadora de momentos:**

$$\frac{(N-n)!(N-k)!}{N!} H(-n; -k; N-k-n+1; e^t)$$

donde $H(p, q, r, z) = 1 + \frac{pq}{r}\frac{z}{1!} + \frac{p(p+1)q(q+1)}{r(r+1)}\frac{z^2}{2!} + \frac{p(p+1)(p+2)q(q+1)(q+2)}{r(r+1)(r+2)}\frac{z^3}{3!}$

(función hipergeométrica)



APROXIMACION BINOMIAL DE LA HIPERGEOMETRICA

Si una variable aleatoria $X$ tiene distribución **hipergeométrica** con parámetros $N$, $k$ y $n$, entonces si $N$ es grande y si $\frac{k}{N}$ no es ni muy cercano a cero ni muy cercano a 1, $X$ tiene distribución aproximada **binomial** con parámetros $n$ y $p = \frac{k}{N}$.

## DISTRIBUCION GEOMETRICA

**Función de probabilidad:**

$$p(x) \;=\; p(1-p)^{x-1} \qquad si\ x = 1, 2, 3, ...b$$

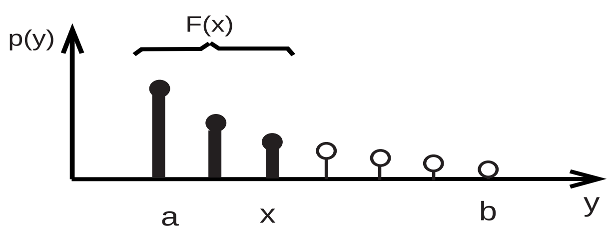
$x$ es el número de intentos hasta lograr el primer éxito.

**Espacio paramétrico:** $p \in (0, 1)$, probabilidad de éxito en un intento.

**Valor esperado:** $\frac{1}{p}$

**Varianza:** $\frac{1-p}{p^2}$

**Función generadora de momentos:** $p\frac{e^t}{1-(1-p)e^t}$ si $t < -log(1-p)$



## DISTRIBUCION NORMAL

**Función de probabilidad:**

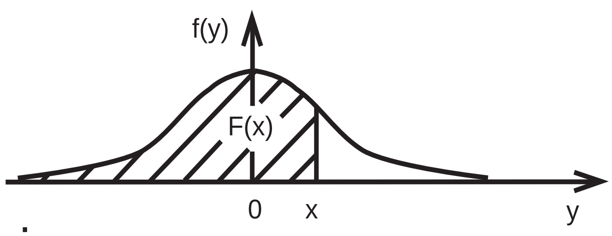
$$p(x) \;=\; \frac{1}{\sqrt{(2\pi)} \cdot \sigma} exp\Big[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\Big] \qquad para\ x \in (-\infty, +\infty)$$

**Espacio paramétrico:** $media\ \mu \in (-\infty, +\infty)$ $\quad varianza\ \sigma^2 \in (0, +\infty)$

**Valor esperado:** $\mu$

**Varianza:** $\sigma^2$

**Función generadora de momentos:** $e^{(\mu t + \sigma^2 t^2/2)}$




## DISTRIBUCION NORMAL ESTANDAR

Es un caso especial de la normal, en que $\mu = 0$ y $\sigma^2 = 1$.

**Función de densidad:**

$$f(x) \;=\; \frac{1}{\sqrt{(2\pi)}} exp\Big[-\frac{x^2}{2}\Big] \qquad para\ x \in (-\infty, +\infty)$$

**Valor esperado:** 0

**Varianza:** 1

**Función generadora de momentos:** $e^{t^2/2}$

Los valores de la función de distribución de la normal con parámetros $\mu$ y $\sigma^2$ se obtienen de la tabla de distribución **normal estándar** (en que $\mu = 0$ y $\sigma^2$ =1) como se muestra a continuación. Por esa razón sólo se entrega la tabla de la **normal estándar**.

Si se requiere la probabilidad acumulada hasta la cuantila $x$, se efectúa la transformación $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ y se busca la probabilidad asociada a la cuantila $z$ en la tabla de distribución **normal estándar**.

Al revés, si se quiere saber a qué cuantila corresponde una probabilidad acumulada dada, $F(z)$, se busca la cuantila $z$ asociada a $F(z)$ en la tabla de distribución **normal estándar**. Entonces la correspondiente cuantila de la normal con parámetros $\mu$ y $\sigma^2$ es $x = \sigma z + \mu$.

## FUNCIONES LINEALES DE NORMALES

1.- Si X es una variable aleatoria **normal** con valor esperado $\mu$ y varianza $\sigma^2$ , si $a$ y $b$ son constantes, entonces la variable aleatoria $a + bX$ tiene distribución **normal**, con valor esperado $a + b\mu$ y varianza $b^2\sigma^2$.
Como caso particular, la variable aleatoria **estandarizada** $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$ tiene distribución **normal estándar**.

2.- Si $X_1$ y $X_2$ son variables aleatorias **normales** (pág. 50), estadísticamente **independientes**, con valores esperados respectivos $\mu_1$ y $\mu_2$ , con varianzas respectivas $\sigma_1^2$ y $\sigma_2^2$, y si $a$ y $b$ son dos números reales, entonces la variable aleatoria $aX_1 + bX_2$ tiene distribución **normal** con valor esperado $a\mu_1 + b\mu_2$ y varianza $a^2\sigma_1^2 + b^2\sigma_2^2$.

3.- Si $X_1,\ X_2,\ ...., X_n$ son $n$ variables aleatorias **normales** con valor esperado $\mu$, y varianza $\sigma^2$ entonces el promedio $\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ tiene distribución **normal** con valor esperado $\mu$ y varianza $\sigma^2/n$.

## TEOREMA DEL LIMITE CENTRAL

Si $X_1,\ X_2,\ ...., X_n$ son $n$ variables aleatorias estadísticamente **independientes**, con valor esperado $\mu$ y varianza $\sigma^2$ y cualquier distribución probabilística, continua o discreta, entonces si n es grande, la variable aleatoria $Z=\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ tiene distribución aproximada **normal estándar**

## DISTRIBUCION JI CUADRADO

**Función de densidad:**

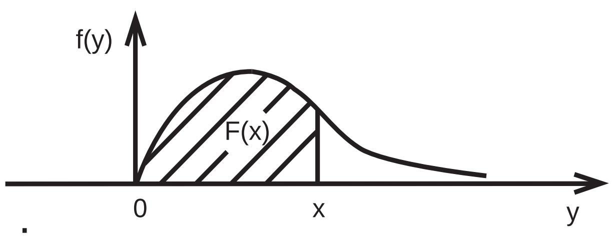
$$f(x) \;=\; \frac{1}{2^{k/2}\Gamma(k/2)} x^{k/2-1} e^{-x/2} \qquad si \quad x > 0$$

**Espacio paramétrico:** *Grados de libertad* $k \in \{1, 2, 3, ...\}$

**Valor esperado:** $k$

**Varianza:** $2k$

**Función generadora de momentos:** $\left(\frac{1}{1-2t}\right)^{k/2}$ *para* $t < 1/2$




### APROXIMACION NORMAL DE LA JI-CUADRADO.

Si una variable aleatoria $X$ tiene distribución **ji-cuadrado** con $k$ grados de libertad, entonces si $k$ es grande la variable aleatoria $Z = \frac{X-k}{\sqrt{(2k)}}$ tiene distribución aproximada **normal standard**.

En la práctica, si $k$ es grande, si se requiere la probabilidad acumulada $F(x)$ con $F$ distribución **ji-cuadrado**, se puede obtener su valor aproximado buscando en la tabla **normal**

$$F_N\Big(\frac{x-k}{\sqrt{(2k)}}\Big)$$

en que $F_N$ es la distribución **normal estándar**. Se puede utilizar, como criterio, la condición $k > 200$.

CONSTRUCCION DE UNA JI-CUADRADO A PARTIR DE NORMALES

1.- Si $Z_1, \ Z_2, \ ...., Z_n$ son $n$ variables aleatorias **normales estándar** estadísticamente **independientes**, entonces la variable aleatoria $\sum_{i=1}^{n} Z_i^2$ tiene distribución **ji-cuadrado** con $n$ grados de libertad.

2.- Si $X_1, \ X_2, \ ...., X_n$ son $n$ variables aleatorias normales con valor esperado $\mu$ y varianza $\sigma^2$ , **independientes**, entonces la variable aleatoria $\sum_{i=1}^{n} \frac{(X_i - \overline{X})^2}{\sigma^2}$ tiene distribución **ji-cuadrado** con $n-1$ grados de libertad.
Además esta expresión es estadísticamente **independiente** del promedio $\overline{X}$.

## DISTRIBUCION T DE STUDENT

**Función de densidad:**

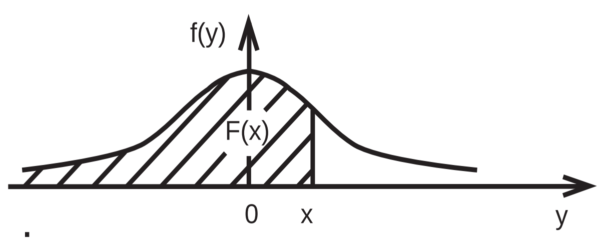
$$f(x) \;=\; \frac{\Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right)}{\Gamma\left(k/2\right)} \cdot \frac{1}{\sqrt{(k\pi)}} \cdot \frac{1}{\left(1+\frac{x^2}{k}\right)^{\frac{k+1}{2}}} \qquad para \quad x \in (-\infty, +\infty)$$

**Espacio paramétrico:** *Grados de libertad* $k \in \{1, 2, 3, ...\}$

**Valor esperado:** $0$ *para* $k > 1$

**Varianza:** $\frac{k}{k-2}$ *para* $k > 2$

**Función generadora de momentos:** *no existe*




VALORES DE PROBABILIDAD MENORES QUE 0.5

Por la simetría de la distribución **t de student** , rige la igualdad $F(-x) = 1 - F(x)$. Por esa razón, la tabla sólo tiene probabilidades mayores que 0.5, asociadas a cuantiles positivos.

Si se requiere el cuantil asociado a una probabilidad acumulada $P$ menor que 0.5, se ingresa a la tabla el valor de probabilidad acumulada $1 - P$ ; al correspondiente cuantil $x$ obtenido de la tabla se le pone signo menos, quedando $-x$ como el cuartil requerido.

## APROXIMACION NORMAL DE LA T DE STUDENT

Si una variable aleatoria $X$ tiene distribución **t de student** con $k$ grados de libertad, entonces si $k$ es grande la variable aleatoria $X$ tiene distribución aproximada **normal standard**.
En consecuencia, si $k$ es grande, si se requiere la probabilidad acumulada $F(x)$ con $F$ distribución **t de student**, se puede obtener su valor aproximado buscando en la tabla **normal** el valor $F_N(x)$ , en que $F_N$ es la distribución **normal standard**. Se puede utilizar, como criterio, la condición $k > 200$ .

## CONSTRUCCION DE UNA T DE STUDENT A PARTIR DE UNA NORMAL Y UNA JI-CUADRADO

1.- Si $Z$ es una variable aleatoria **normal estándar** y $V$ es una variable aleatoria **ji-cuadrado** con $n$ grados de libertad, ambas estadísticamente **independientes**, entonces la variable aleatoria $\frac{Z}{\sqrt{(X/n)}}$ tiene distribución **t de student** con $n$ grados de libertad.

2.- Si $X_1, \; X_2, \; ...., X_n$ son $n$ variables aleatorias **normales** con valor esperado $\mu$ y varianza $\sigma^2$ , estadísticamente **independientes**, entonces la variable aleatoria $\frac{\overline{X}-\mu}{s/\sqrt{n}}$ tiene distribución **t de student** con $n-1$ grados de libertad, en que $\overline{X}$ es el promedio y $s^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(X_i-\overline{X})^2}{n-1}$ es la varianza muestral.

## DISTRIBUCION F DE SNEDECOR

**Función de densidad:**

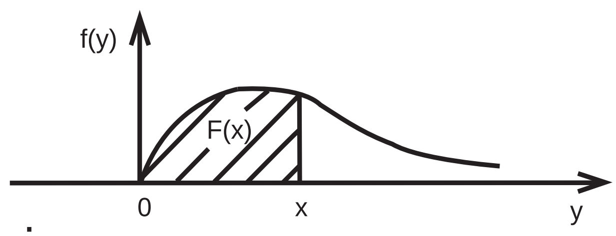
$$f(x) \;=\; \frac{\Gamma\left(\frac{n+d}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)\cdot\Gamma\left(\frac{d}{2}\right)}\cdot\left(n/d\right)^{n/2}\cdot\frac{x^{n/2-1}}{\left(1+\frac{n}{d}x\right)^{\frac{n+d}{2}}} \qquad si \quad x>0$$

**Espacio paramétrico:** grados de libertad del numerador $n$ y grados de libertad del denominador $d$ ambos enteros positivos.

**Valor esperado:** $\frac{d}{d-2}$ $\quad$ *para* $d > 2$

**Varianza:** $\frac{2d^2(n+d-2)}{n(d-2)^2(d-4)}$ $\quad$ *para* $d > 4$

**Función generadora de momentos:** *no existe*




## INVERSION DE LA F DE SNEDECOR

Se puede usar la siguiente relación para calcular valores que no aparecen en la tabla: Si la variable aleatoria $X$ tiene distribución **F** con $n$ grados de libertad del numerador y $d$ grados de libertad del denominador, entonces $1/X$ tiene distribución **F**, con $d$ grados de libertad del numerador y $n$ grados de libertad del denominador.
Por lo tanto se pueden obtener más valores de los que aparecen en la tabla, mediante en la relación $F_{n,d}(x) = 1 - F_{d,n}(\frac{1}{x})$ en que $F$ es el valor de probabilidad acumulada de la tabla, el primer subíndice corresponde a los grados de libertad del numerador, el segundo a los grados de libertad del denominador.

## CONSTRUCCION DE UNA F DE SNEDECOR A PARTIR DE DOS JI-CUADRADO

1.- Si $X$ es una variable aleatoria **ji-cuadrado** con $n$ grados de libertad e $Y$ es una variable aleatoria **ji-cuadrado** con $d$ grados de libertad, estadísticamente **independientes**, entonces el cuociente $\frac{X/n}{Y/d}$ tiene distribución **F de Snedecor**con $n$ grados de libertad en el numerador y $d$ grados de libertad en el denominador.

2.-También $\frac{Y/d}{X/n}$ tiene distribución **F de Snedecor** con $d$ grados de libertad en el numerador y $n$ grados de libertad en el denominador.

## DISTRIBUCION UNIFORME

**Función de densidad:**

$$f(x) \;= \frac{1}{b-a} \qquad si \quad a < x \leq b$$

**Espacio paramétrico:**

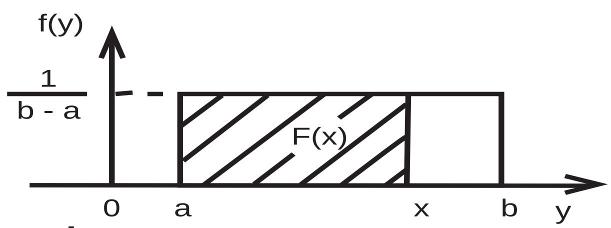
$$-\infty < a, b < \infty \qquad a < b$$

**Valor esperado:** $\frac{a+b}{2}$

**Varianza:** $\frac{(b-a)^2}{12}$

**Función generadora de momentos:**

$$\frac{e^{bt} - e^{at}}{(b-a)t}$$




VALORES DE LA DISTRIBUCION UNIFORME

La función de distribución de la **uniforme** se puede calcular analíticamente mediante la fórmula

$$F(x) = \begin{cases} 0 & si \; x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & si \; a < x \leq b \\ 1 & si \; x > b \end{cases}$$

## DISTRIBUCION EXPONENCIAL

**Función de densidad:**

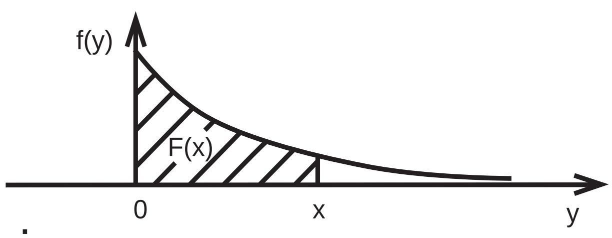
$$f(x) \ = \lambda \cdot e^{-\lambda x} \qquad si \quad x > 0$$

**Espacio paramétrico:** $\quad Tasa\ media\ de\ ocurrencia \quad \lambda > 0$

**Valor esperado:** $\quad \frac{1}{\lambda}$

**Varianza:** $\quad \frac{1}{\lambda^2}$

**Función generadora de momentos:** $\quad \frac{\lambda}{\lambda - t} \qquad para \quad t < \lambda$




VALORES DE LA DISTRIBUCION EXPONENCIAL

La función de distribución de la **exponencial** se puede calcular analíticamente mediante la fórmula $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ para $x > 0$.

RELACION ENTRE UNA POISSON Y UNA EXPONENCIAL

1.- Si $X$ es una variable aleatoria **Poisson** con parámetro $\lambda$, que describe el número de ocurrencias de un fenómeno por unidad de tiempo, entonces la variable aleatoria que describe el tiempo entre ocurrencias tiene distribución **exponencial** con parámetro $\lambda$. En tal caso el parámetro $\lambda$ es la "tasa media de ocurrencias" por unidad de tiempo, y $\theta = 1/\lambda$ es el "tiempo medio entre ocurrencias".

2.- En forma recíproca, si $Y$ es una variable aleatoria **exponencial** con parámetro $\lambda$, que describe el tiempo entre ocurrencias de un fenómeno, entonces el número de veces que ocurre el fenómeno en una unidad de tiempo, es una variable aleatoria con distribución **Poisson**, con el mismo parámetro, que representa la "tasa media de ocurrencias" por unidad de tiempo.

## DISTRIBUCION GAMA

**Función de densidad:** Hay dos formas usuales de parametrizar esta distribución.

Primera parametrización (Par. 1):

$$f(x) = \frac{\lambda^p}{\Gamma(p)}\; x^{p-1}\; e^{-\lambda x} \qquad si \quad x > 0$$

Segunda parametrización (Par. 2):

$$f(x) = \frac{1}{\theta^p \quad \Gamma(p)}\; x^p\; e^{-\frac{x}{\theta}} \qquad si \quad x > 0$$

**Espacio paramétrico:**

$$\begin{array}{ll} \text{Par. 1:} & Parametro\ de\ escala \quad \lambda > 0 \\ & Parametro\ de\ forma \quad p > 0 \\ \\ \text{Par. 2:} & Parametro\ de\ escala \quad \theta > 0 \\ & Parametro\ de\ forma \quad p > 0 \end{array}$$

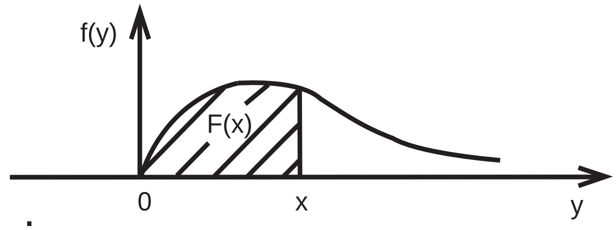
**Valor esperado:** Par. 1: $\frac{p}{\lambda}$ Par. 2: $p\ \theta$

**Varianza:** Par. 1: $\frac{p}{\lambda^2}$ Par. 2: $p\ \theta^2$

**Función generadora de momentos:**

$$\text{Par. 1:} \quad \left(\tfrac{\lambda}{\lambda - t}\right)^p \qquad para \quad t < \lambda$$

$$\text{Par. 2:} \quad \tfrac{1}{(1-\theta t)^p} \qquad para \quad t < \tfrac{1}{\theta}$$




**Casos particulares:**

1) Si $p$=1 (parámetro de forma) entonces la **gama** se convierte en una **exponencial** cuyo parámetro es igual al parámetro de escala de la **gama**, $\lambda$ (Par. 1) o equivalentemente $\theta$ (Par. 2).

2) Si $p=\frac{1}{2}\ k$ , en que $k$ es cualquier número entero positivo, y si $\lambda=\frac{1}{2}$ (Par. 1) o equivalentemente $\theta$=2 (Par. 2) , entonces la **gama** se convierte en una **ji-cuadrado** cuyo parámetro *grados de libertad* es igual a $k$.

La función de distribución **gama** no se puede calcular analíticamente, salvo en casos especiales.

Lo siguiente se expresa en términos de la primera parametrización, con el parámetro $\lambda$ . Es equivalente para la segunda parametrización, con el parámetro $\theta$. Sólo se debe sustituir $\lambda$ por $\theta$.

1.- Si $X_1,\ X_2,\ ....,X_n$ son $n$ variables aleatorias **gama** estadísticamente **independientes**, con parámetros de forma respectivos $p_1,\ p_2,\ ....,p_n$, y con parámetro de escala común $\lambda$, entonces la variable aleatoria $Y=\sum_{i=1}^{n} X_i$ tiene distribución **gama** con parámetro de forma $p=\sum_{i=1}^{n} p_i$ y parámetro de escala $\lambda$.

2.- Si $X_1$ y $X_2$ son variables aleatorias **gama** estadísticamente **independientes**, con parámetros de forma respectivos $p_1$ y $p_2$ y parámetro de escala común $\lambda$ entonces las variables aleatorias $U=X_1+X_2$ y $V=\frac{X_1}{X_1+X_2}$ son **independientes**, $U$ tiene distribución **gama** con parámetro de forma $p_1+p_2$ y de escala $\lambda$ , y $V$ tiene distribución **beta** (pág. 104) con parámetros $r=p_1$ y $s=p_2$.

3.- Caso especial de 1. Si $X_1,\ X_2,\ ....,X_n$ son $n$ variables aleatorias **exponenciales** estadísticamente **independientes**, con parámetro común $\lambda$, entonces la variable aleatoria $Y=\sum_{i=1}^{n} X_i$ tiene distribución **gama** con parámetro de forma $p=n$ y parámetro de escala $\lambda$.
A esta forma especial de **gama**, con parámetro de forma entero, se le suele dar el nombre de distribución **erlang**.

4.- Caso especial de 1. Si $X_1,\ X_2,\ ....,X_n$ son $n$ variables aleatorias **ji-cuadrado** estadísticamente **independientes**, con parámetros respectivos (grados de libertad) $k_1,k_2,....,k_n$, entonces la variable aleatoria $Y=\sum_{i=1}^{n} X_i$ tiene distribución **ji-cuadrado** con $k=\sum_{i=1}^{n} k_i$ grados de libertad.

## DISTRIBUCION BETA

**Función de densidad:**

$$f(x) = \frac{\Gamma(r+s)}{\Gamma(r)\ \Gamma(s)}\ x^{r-1}\ (1-x)^{s-1} \qquad si \quad 0 < x < 1$$

**Espacio paramétrico:**

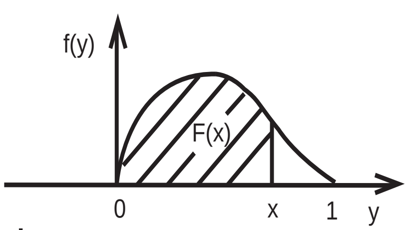
$$r > 0\ ,\ s > 0$$

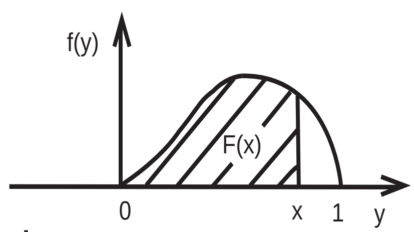
**Valor esperado:** $\frac{r}{r+s}$

**Varianza:** $\frac{rs}{(r+s)^2\ (r+s+1)}$

**Momentos:** La función generadora de momentos no tiene una forma analítica. Sin embargo, el momento m-ésimo puede obtenerse directamente, mediante la fórmula

$$\mu_m = \frac{(r+s+1)!\ (r+m)!}{(r+s+m+1)!\ r!} \qquad para \quad m = 1, 2, ..$$




En la figura de la izquierda, $r < s$, mientras que en la figura de la derecha, $r > s$. Si $r$ y $s$ son iguales, la densidad es simétrica.

La función de distribución **beta** no se puede calcular analíticamente, salvo en casos especiales.

**Caso particular:**

Si $r$=1 y $s$=1 entonces la **beta** se convierte en una **uniforme** con parámetros $a$=0 y $b$=1.

## TRANSFORMACION DE VARIABLES ALEATORIAS CONTINUAS

1.- Si $X$ es una variable aleatoria continua con función de densidad $f_X(x)$ y $g()$ es una función creciente, entonces la nueva variable aleatoria $Y = g(X)$ tiene función de densidad dada por la fórmula

$$f_Y(y) = \frac{1}{|g'[g^{-1}(y)]|} f_X[g^{-1}(y)]$$

en que $||$ denota el valor absoluto, $g'$ es la derivada y $g^{-1}$ es la inversa de la función $g$.

2.- Caso especial de 1. Si la función $g(x)$ del párrafo 1 es una función lineal $g(x) = a + bx$, en que $a$ y $b$ son constantes, $b \neq 0$, entonces la variable aleatoria $Y = g(X)$ tiene densidad

$$f_Y(y) = \frac{1}{|b|} f_X\left(\frac{y-a}{b}\right))$$